

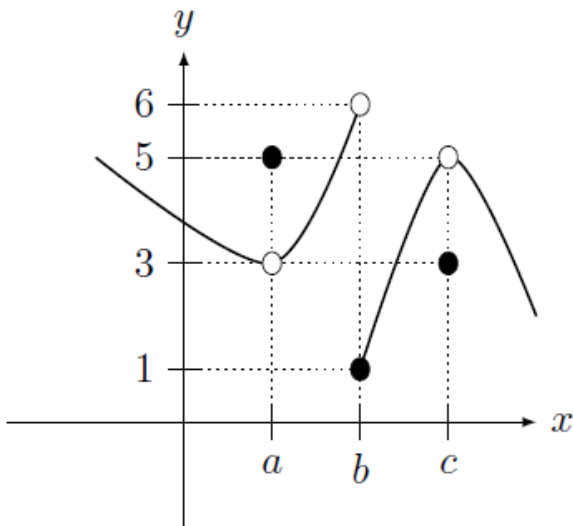
Lista 1: Exercícios de Limite

Exercícios de Fixação e Problemas de Limite

As questões a seguir foram retiradas do livro *Curso de Cálculo de Uma Variável*, Cap.1, Marco Cabral, UFRJ, 2022.

Fixação

Fix 1.1: Considere o gráfico de $y = f(x)$ esboçado abaixo. Determine os limites abaixo. Caso algum não exista, determine os limites laterais.



- (a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- (b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$

Fix 1.2: Determine se é Verdadeiro ou Falso. Se for falso dê um contraexemplo ou corrija. Se for verdadeiro justifique.

- (a) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| \leq 2\} = [1, 5]$.
- (b) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x + 2| < 1\} = (1, 3)$.
- (c) $\sqrt{x^2} = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- (d) Se $g(x) = \begin{cases} 4, & x \neq 2; \\ \pi, & x = 2 \end{cases}$, então $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = g(2) = \pi$.

- (e) Se $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x))$ existe, então existe $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$.

Fix 1.3: Determine se é Verdadeiro ou Falso. Se for falso dê um contraexemplo ou corrija. Se for verdadeiro justifique.

- (a) Se $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5$, então $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$.
- (b) Se $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$, então $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -4$.
- (c) Se $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$, então $f(2) = 4$.
- (d) Existe uma função f tal que $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.
- (e) O gráfico de uma função pode cruzar sua assíntota horizontal.

Fix 1.4: Considere a função $f(x)$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x \leq 1 \\ 7, & 1 < x \leq 2 \\ 9, & x > 2 \end{cases}$$

Determine $\lim_{x \rightarrow k} f(x)$ ou, caso não exista, os limites laterais para:

- (a) $k = 1$;
- (b) $k = 0.9999$;
- (c) $k = 1.0001$;
- (d) $k = 2$;
- (e) $k = 1.9999$;
- (f) $k = 2.0001$.

Fix 1.5: Aplique a definição do módulo para esboçar o gráfico de:

- (a) $f(x) = \frac{\cos x}{|\cos(x)|}$
- (b) $f(x) = \sqrt{|x|}$

Problemas

Prob 1.20: Esboce o gráfico das seguintes funções:

$$(a) f(x) = \begin{cases} -\sqrt{9-x^2}, & |x| \leq 3 \\ |x| - 3, & |x| > 3 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x \geq 1 \\ \log(x) + 1, & x < 1 \end{cases}$$

Prob 1.21: Considere a função $I_{\mathbb{Z}}$ (chamada de função característica ou indicadora do conjunto $\mathbb{Z}$) definida por:

$$I_{\mathbb{Z}}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \mathbb{Z} \\ 1, & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Esboce o gráfico e determine (se existir):

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3/4} I_{\mathbb{Z}}(x)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -3} I_{\mathbb{Z}}(x)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} I_{\mathbb{Z}}(x)$$

Prob 1.22: Calcule os limites abaixo (quando eles existirem) justificando seus passos (sem utilizar a regra de L'Hospital). Limites com raízes:

$$(a) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - \sqrt{1-h}}{h}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x| - 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$(c) \lim_{h \rightarrow -1} \frac{\sqrt{h^2 + 3} - 2}{h + 1}$$

Prob 1.23: Determine os limites e, caso não exista, os limites laterais (caso existam):

$$(a) \lim_{x \rightarrow -3} \sin\left(\frac{7}{x+3}\right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \log|x-2|$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|(x+1)}{x-2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+3}{x+5}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x^2 - 5x + 6}$$

Prob 1.24: Calcule os limites abaixo (quando eles existirem) justificando seus passos (sem utilizar a regra de L'Hospital):

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{|x|-2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 - x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$(e) \lim_{a \rightarrow 2} \frac{(a-2)(a^2-4)}{a^3 - 5a^2 + 8a - 4}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 5}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3}{1-x}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1 - \frac{2}{x}}{x-1}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x+1}$$